



TITLE:

非対称情報下の密輸ゲームにおける密輸量戦略 (不確実性下における意思決定問題)

AUTHOR(S):

宝崎, 隆祐; 増田, 龍一

CITATION:

宝崎, 隆祐 ...[et al]. 非対称情報下の密輸ゲームにおける密輸量戦略 (不確実性下における意思決定問題). 数理解析研究所講究録 2011, 1734: 25-32

ISSUE DATE:

2011-03

URL:

<http://hdl.handle.net/2433/170782>

RIGHT:

非対称情報下の密輸ゲームにおける密輸量戦略

防衛大学校・情報工学科 宝崎 隆祐 (Ryusuke Hohzaki)

Department of Computer Science,

National Defense Academy

防衛省 増田 龍一 (Ryuichi Masuda)

Ministry of Defense

1 はじめに

税関における輸出入物品の検査や密輸品等禁制品の取締に限らず、核物質の国際査察や兵力削減交渉における査察や検閲を取り扱うゲームを Inspection ゲームと総称する。Inspection ゲームの研究は、兵力削減条約の遵守に関し Drescher[6] が行った多段階の 2 人ゼロ和ゲームの研究に遡ることができる。彼のモデルを一般化したのが Maschler[13] である。その後、彼らの研究は 2 つの大きな適用分野をもつに至る。1 つは彼らの従来モデルである軍縮条約等に関する査察問題であり、また近年原子力発電所等の核施設の普及とともに重要な役割を演じている IAEA (国際原子力機関) の核査察問題である。Canty ら [5], Avenhaus ら [1, 2, 3] や Hohzaki[11] の研究はこの分野に属している。第 2 の適用分野は、密輸者とその違法行為を取り締まる機関との間でプレイされる密輸取締ゲームである。この分野の研究は、Thomas and Nisgav[16], Baston and Bostock[4], Garnaev[8], Sakaguchi[15], Ferguson and Melolidakis [7] や Hohzaki ら [10] によって発展した。

上記の密輸取締ゲームの従来研究では、密輸者の戦略として“密輸を行う”か“密輸を行わない”かの 2 者選択を採用しているものが大半であった。しかし複数回の密輸機会があった場合、密輸者の関心は、密輸が成功するか否かではなく、最終的な密輸成功量に依存する獲得利益の大小であることを考えると、密輸者の戦略として密輸量を考えるのは自然な拡張である。この研究として宝崎 [12] や増田ら [14] の部分的な成果があり、本研究においても同様の戦略を採用する。

ゲームにおいてはプレイヤーの取得情報の確実性に関する仮定も大変重要であり、近年情報完備・不完備ゲームと呼ばれる種類のモデルが Harsanyi[9] から提案され、様々なゲーム問題に適用されている。多段階取締ゲームのほとんどの従来研究では、各段階が終了するごとに両プレイヤーの情報が互いに知るところとなることや、場合によっては全く知り得なかったり、どちらにしてもプレイヤーの間では情報取得の対称性が仮定されてきた。しかし本研究では、税関等取締者の活動は比較的公開性があるが、密輸者の活動に関する情報の取得は困難であるという、情報取得におけるプレイヤー間の非対称性を考える。

2 モデルの前提と定式化

ここでは、パトロールを実施して取締りを行うプレイヤー A と密輸を執行するプレイヤー B との間で行われる次のような 2 人ゼロ和の多段ゲームを考える。

- A1. 二人のプレイヤー A (取締者)、プレイヤー B (密輸者) が 1 日に 1 回のアクションをとる全体で T 日の多段ゲームを考える。残り日数によりゲームのステージ数を表す。
- A2. プレイヤー A は最大で K 日のパトロールを実施可能であるが、 $K > T$ によりパトロール実施可能日数が残り日数を超過する場合は、超過日数分の実施機会は失われる。プレイヤー B は現在手持ちの禁制品を $M > 0$ 個持ち、これを密輸したいと望んでいる。

- A3. 1回のアクションに際し、プレイヤーAはパトロールを実施するか否かの2つの手を持ち、プレイヤーBは手元に残っている量 x を上限とした禁制品の密輸量を決定する。
- A4. プレイヤーBが量 y ($0 \leq y \leq x$) の密輸を行った日にプレイヤーAがパトロールを実施すれば、確率 $p_1(y) \geq 0$ でプレイヤーBを摘発できるが、逆に密輸が成功することも確率 $p_2(y)$ で起こる。ただし $p_1(y) + p_2(y) = 1$ を仮定し、摘発か密輸成功のどちらか一方が生起する。また、摘発確率 $p_1(y)$ 及び密輸成功確率 $p_2(y)$ の合理的な性質として、それぞれ y の単調非減少関数、単調非増加関数を仮定し、
- $$p_1(0) = 0, p_2(0) = 1 \quad (1)$$
- であるとする。
- A5. 密輸の成功は禁制品1単位につき1の利益をプレイヤーBにもたらし、逆にプレイヤーBの摘発は相対利益 $\alpha > 0$ をプレイヤーAにもたらし。両プレイヤーの利益総額はゼロ和であるとし、ゲームの支払はプレイヤーAの利得で定義する。
- A6. プレイヤーAがプレイヤーBを摘発できない場合は次の日のゲームに移る。その際、実際に摘発が起きたかどうかは両プレイヤーの知るところとなる。前日採った戦略に関して、密輸者は取締者の戦略を知ることができるが、密輸者の戦略は取締者には秘匿されるものとする。したがって取締者は、摘発に基づく α の利益は認識できるが、量 y の密輸成功による損失 $-y$ 、または密輸未実施による損益無しについては、ゲームが終了するまで知り得ないとする。
- A7. 密輸者の摘発、あるいは残り日数が尽きたときにゲームは終了する。

上の支払の定義から、プレイヤーA（取締者）はマキシマイザーとして、プレイヤーB（密輸者）はミニマイザーとして行動する。

摘発が起これずに到達した各ステージにおいては、その状態を、残り日数 n 日、プレイヤーAの残りパトロール可能回数 k 及びプレイヤーBの所持禁制品数 x により (n, k, x) と表現できるが、これは密輸者側へのみ把握可能である。取締側は n と k のみ知ることができ、 x についてはこれまで摘発が起これなかったという事実から予想することとなる。この信念を $\{q_n(x), x = 0, 1, \dots, M\}$ で表そう。 $q_n(x)$ は、密輸者の手持量が x である確率であり、 $\sum_{x=0}^M q_n(x) = 1$ を満たす。

ここで $k > 0$ の場合のプレイヤーの戦略を確認しよう。取締者のとる行動戦略として、パトロールを実施する（戦略P）確率を π_1 、実施しない（戦略NP）確率を π_2 とする混合戦略 $\pi = (\pi_1, \pi_2)$ で表す。また所持禁制品量 x をもつ密輸者の密輸量 y ($y = 0, \dots, x$) の戦略を $S(y)$ と表す。 $S(y)$ をとる確率を $\rho_x(y)$ として、混合戦略を $\rho_x = (\rho_x(0), \rho_x(1), \dots, \rho_x(x))$ で表現する。自らの禁制品手持量 x を知る密輸者は、 $x = 0, \dots, M$ に応じて混合戦略 ρ_x をとることができ、戦略の全体は $\rho = \{\rho_x, x = 0, \dots, M\}$ で表すことができる。

取締者が信念 q_n をもつ状態 (n, k, x) の現ステージ n 以降において逐次合理的な両プレイヤーの均衡解が決める密輸者の支払を $w(n, k, x; q_n)$ と書けば、密輸者は次の支払行列を認識している。

$$\begin{array}{cc} & \begin{array}{c} S(0) \\ S(y) \end{array} \\ \begin{array}{c} P \\ NP \end{array} & \left(\begin{array}{cc} w(n-1, k-1, x; \Gamma_P(q_n)) & \alpha p_1(y) - y p_2(y) + (1 - p_1(y)) w(n-1, k-1, x-y; \Gamma_P(q_n)) \\ w(n-1, k, x; \Gamma_N(q_n)) & -y + w(n-1, k, x-y; \Gamma_N(q_n)) \end{array} \right) \end{array} \quad (2)$$

この支払行列における2つの行はプレイヤーAの2つの戦略P, NPに対応する。列はプレイヤーBの戦略 $S(0), \dots, S(x)$ に対応して本来 $x+1$ とおられるが、見易さを考えて、密輸をしない戦略 $S(0)$ （場合によってはNS: No-Smugglingと記す）と密輸量 y をとる戦略 $S(y)$ の2つに代表させて書いている。ただし、 $\Gamma_P(q_n)$, $\Gamma_N(q_n)$ は、取締者が現ステージでパトロールを実施する(P)か、しない(NP)かのそれぞれの戦略をとった場合の次ステージにおける信念 q_n の更新結果を示す。第1列の密輸をしない戦略に関する要素は、(1)式から、 $y = 0$ とした $S(y)$ の要素によっても表すことができるから、以後密輸者の戦略は $S(y)$

だけで代表させることにする。これらの要素を次の記号により表す。

$$R_x(P, y) \equiv \alpha p_1(y) - y p_2(y) + (1 - p_1(y))w(n-1, k-1, x-y; \Gamma_P(q_n)) \quad (3)$$

$$R_x(NP, y) \equiv -y + w(n-1, k, x-y; \Gamma_N(q_n)) \quad (4)$$

上の支払行列は n, k, x をすべて知っている密輸者が考える支払である。このとき密輸者は上式から計算される期待支払

$$\sum_{y=0}^x \rho_x(y) (\pi_1 R_x(P, y) + \pi_2 R_x(NP, y)) \quad (5)$$

を相手プレイヤーの戦略 π に応じて最小化しようとする最小化プレイヤーである。

次に、情報 n, k のみを知る取締者の支払行列は次のとおりである。初期のステージ $n = T$ においては密輸者の手持禁制品量が $x = M$ であることは自明であるが、それ以降のステージ n では、取締者は直面するゲームが支払行列 (2) 式である確率が $q_n(x)$ であるという信念を持つが、このときすでに量 $M - x$ の密輸が実施されており、このステージ以前において支払 $-(M - x)$ が生じているはずである。したがって、全期間における総期待利得に興味のある取締者にとっては、取締者の行動戦略 π と現在の手持禁制品量 x に応じて戦略を選択する密輸者の戦略 ρ による期待支払 $R(\pi, \rho; q_n)$ は、次式で評価される。

$$\begin{aligned} R(\pi, \rho; q_n) &\equiv \sum_{x=0}^M q_n(x) \sum_{y=0}^x \rho_x(y) \{ \pi_1 (-(M-x) + R_x(P, y)) + \pi_2 (-(M-x) + R_x(NP, y)) \} \\ &= - \sum_{x=0}^M q_n(x) (M-x) + \sum_{x=0}^M q_n(x) \sum_{y=0}^x \rho_x(y) (\pi_1 R_x(P, y) + \pi_2 R_x(NP, y)) \end{aligned} \quad (6)$$

3 均衡解の導出と解法アルゴリズム

ここでは完全ベイジアン均衡解の導出を行うが、まず取締者の期待利得 (6) 式の議論から始めよう。取締者は、相手プレイヤーの戦略 ρ に応じてこの期待支払を大きくしようとして π を選ぶ最大化プレイヤーである。ここで、期待支払 (5) 式が (6) 式の \sum_y 以後の式と同じであることを考えれば、手持量 x の密輸者が行う (5) 式に関する最小化は、期待支払 $R(\pi, \rho; q_n)$ の変数 ρ_x に関する最小化と同値である。結局、一般の行列ゲームに関する議論がこの場合にも適用でき、総期待支払 $R(\pi, \rho; q_n)$ に対するマキシミン最適化により取締者の最適戦略 π^* が、ミニマックス最適化により密輸者の最適戦略 $\rho^* = \{\rho_x^*, x = 0, \dots, M\}$ が導出される。さらに、(6) 式の第 1 項はいずれのプレイヤーの戦略にも依存しないから、 π^*, ρ^* は、新しい期待支払として

$$\tilde{R}(\pi, \rho; q_n) \equiv \sum_{x=0}^M q_n(x) \sum_{y=0}^x \rho_x(y) (\pi_1 R_x(P, y) + \pi_2 R_x(NP, y)) \quad (7)$$

を採用した 2 人ゼロ和ゲームの最適戦略と一致する。またこの最適戦略により、状態 (n, k, x) にあるステージ n 以降において得られる最適値 $w(n, k, x; q_n)$ は次式により与えられる。

$$w(n, k, x; q_n) = \sum_{y=0}^x \rho_x^*(y) (\pi_1^* R_x(P, y) + \pi_2^* R_x(NP, y)) = \min_{y=0, \dots, x} \{ \pi_1^* R_x(P, y) + \pi_2^* R_x(NP, y) \} \quad (8)$$

以下では、新しい期待支払 $\tilde{R}(\pi, \rho; q_n)$ のマックスミニ最適化及びミニマックス最適化問題から、完全ベイジアン均衡解 π^*, ρ^* を導出しよう。期待支払 $\tilde{R}(\pi, \rho; q_n)$ は戦略 π, ρ に対して双線形であるから、通常の行列ゲームに対する解法と同様に、容易に線形計画問題によりゲームの均衡解を導出できる。すなわち、マッ

クシミニ最適化は次の線形計画問題 (P_P) により定式化され、その最適解により最適パトロール戦略 π^* が与えられる。

$$\begin{aligned}
 (P_P) \quad & \max_{\pi_1, \pi_2 \{ \mu_x, x \in Q_n^+ \}} \sum_{x \in Q_n^+} q_n(x) \mu_x \\
 \text{s.t.} \quad & \pi_1 \{ \alpha p_1(y) - y p_2(y) + (1 - p_1(y)) w(n-1, k-1, x-y; \Gamma_P(q_n)) \} \\
 & + \pi_2 \{ -y + w(n-1, k, x-y; \Gamma_N(q_n)) \} \geq \mu_x, \quad y = 0, \dots, x, \quad x \in Q_n^+, \\
 & \pi_1 + \pi_2 = 1, \quad \pi_1, \pi_2 \geq 0.
 \end{aligned}$$

また (8) 式から、 $x \in Q_n^+$ なる x に関しては、問題 (P_P) の最適値 μ_x^* が $w(n, k, x; q_n)$ に他ならない。

$$w(n, k, x; q_n) = \mu_x^*, \quad x \in Q_n^+ \quad (9)$$

次に、 $\tilde{R}(\pi, \rho; q_n)$ のミニマックス最適化は、次の線形計画問題により定式化できる。

$$\begin{aligned}
 (P_S) \quad & \min_{\{ \rho_x(y), y \in I_x, x \in Q_n^+ \}, \lambda} \lambda \\
 \text{s.t.} \quad & \sum_{x \in Q_n^+} \sum_{y=0}^x \rho_x(y) q_n(x) \{ \alpha p_1(y) - y p_2(y) + (1 - p_1(y)) w(n-1, k-1, x-y; \Gamma_P(q_n)) \} \leq \lambda, \\
 & \sum_{x \in Q_n^+} \sum_{y=0}^x \rho_x(y) q_n(x) \{ -y + w(n-1, k, x-y; \Gamma_N(q_n)) \} \leq \lambda, \\
 & \sum_{y=0}^x \rho_x(y) = 1, \quad x \in Q_n^+, \quad \rho_x(y) \geq 0, \quad y = 0, \dots, x, \quad x \in Q_n^+.
 \end{aligned}$$

$x \in Q_n^+$ なる x に関しては、問題 (P_S) を解くことにより密輸者の最適戦略 $\{ \rho_x^*(y), y = 0, \dots, x \}$ を求めることができ、その他の $x \notin Q_n^+$ に関しては、上述したように (8) 式から計算する。通常の行列ゲームと同じく、問題 (P_P) と (P_S) との間には双対関係があり、一方の問題さえ解けば両プレイヤーの最適戦略が得られる。

ここで、摘発が生起せずに次のステージに移ったという事実を用いて信念を更新する取締者の演算子 Γ_N, Γ_P について議論する。パトロールを実施しない場合には摘発は生じず、このステージ当初に密輸者の手持量が s であり次の時点 $n-1$ で x となるためには、量 $s-x$ の密輸が実施されているはずであり、その確率は $q_n(s) \rho_s^*(s-x)$ である。パトロールを実施した場合に次ステージで禁制品量の残りが x となるためには、上と同様の考え方で、ステージ頭初での手持量 s と量 $s-x$ の密輸実施のほか、摘発されずに次ステージに移る必要があり、その確率は $q_n(s) \rho_s^*(s-x)(1-p_1(s-x))$ である。以上から、パトロール未実施後の更新信念 $\Gamma_N(q_n)$ と実施後の $\Gamma_P(q_n)$ は以下の式で評価できる。

$$\Gamma_N(q_n)(x) = \sum_{s=x}^M q_n(s) \rho_s^*(s-x) \quad (10)$$

$$\Gamma_P(q_n)(x) = \frac{\sum_{s=x}^M q_n(s) \rho_s^*(s-x)(1-p_1(s-x))}{\sum_{z=0}^M \sum_{s=z}^M q_n(s) \rho_s^*(s-z)(1-p_1(s-z))} = \frac{\sum_{s=x}^M q_n(s) \rho_s^*(s-x)(1-p_1(s-x))}{\sum_{s=0}^M q_n(s) \sum_{u=0}^s \rho_s^*(u)(1-p_1(u))} \quad (11)$$

ゲームの初期時点 $n = T$ における信念 $q_T(x)$ は明らかに以下の式となる。

$$q_T(M) = 1, \quad q_T(x) = 0, \quad M \neq x \in I_M \quad (12)$$

$k = 0$ である特殊な場合には、取締者は戦略 NP しか取れないから、任意の $n > 0, x, q_n$ に対し $w(n, k, x; q_n) = -x$ となる。

以上の議論をまとめ、ステージ n の情報集合における完全ベイジアン均衡解を計算するためにはどのような情報が必要であるかを整理しよう。いま、次ステージ $n-1$ における $w(n-1, \cdot)$ のようなすべての値は

分かっているものとする。問題 (P_P) や (P_S) を解いて取締者の最適戦略 π^* 、密輸者の最適戦略 $\rho_x^*(y)$ を求めるためには、 $w(n-1, \cdot)$ 中にある $\Gamma_P(q_n)$ 、 $\Gamma_N(q_n)$ が必要である。しかし、この更新信念を (11), (10) 式により計算するには、当該ステージにおける密輸者の最適戦略 $\rho_x^*(y)$ を要する。結局、必要な情報は閉ループを成しておりこれらの方程式系は容易には解けない。そこで、ベイジアン均衡解の計算には近似を併用した数値解法アルゴリズムを用いることにする。

準備として、問題 (P_P) または (P_S) を用いての最適戦略 π^* 、 $\rho_x^*(y)$ 及び $w(n, k, x; q_n)$ の計算に、信念 $\Gamma_P(q_n)$ 及び $\Gamma_N(q_n)$ を含んだ $w(n-1, \dots; \Gamma_P(q_n))$ 及び $w(n-1, \dots; \Gamma_N(q_n))$ の値を使用することを明示するため、 $\pi^*(\Gamma_P(q_n), \Gamma_N(q_n))$ 、 $\rho_x^*(y : \Gamma_P(q_n), \Gamma_N(q_n))$ 、 $w(n, k, x; q_n : \Gamma_P(q_n), \Gamma_N(q_n))$ と書く。次に、信念 $\{q_n(x), x = 0, \dots, M\}$ を離散化して考え、 $q_n(x) \in \Phi \equiv \{0, 1/m, 2/m, \dots, m/m\}$ とする。 $\sum_{x=0}^M q_n(x) = 1$ であるから、信念全体は直積集合 $\Phi \times \Phi \times \dots \times \Phi = \Phi^{M+1}$ の中で $M+1$ 個の組み合わせが可能である。以上の準備の下、完全ベイジアン均衡解を導出する近似解法アルゴリズムは次のように提示できる。

- (S1) $n = 0$ の場合、任意の k, x, q_n に対し $w(n, k, x; q_n) = 0$ とする。 $n = 1$ とおく。
- (S2) $n = T$ ならば、 $k = K$ とし、信念を $q_T(M) = 1$ 、 $q_T(x) = 0 (x \neq M)$ と初期状態に設定して、(S3) を実行して終了する。得られた $w(N, K, M; q_T)$ がゲームの値である。
 $n \neq T$ ならば、すべての $k \in \{0, 1, \dots, K\}$ とすべての $q_n \in \Phi^{M+1}$ に対し、(S3) を実行する。
- (S3) ステージ $n-1$ 以降で均衡解の存在する $q', q'' \in \Phi^{M+1}$ に対し (S4) を実行し、 $\pi^*(q', q'')$ 、 $\rho_x^*(y : q', q'')$ 、 $w(n, k, x; q_n : q', q'')$ 、 $\Gamma_P(q_n)(x)$ 及び $\Gamma_N(q_n)(x)$ を計算する。もし $q' = \Gamma_P(q_n)$ 及び $q'' = \Gamma_N(q_n)$ が成立すれば、情報集合 $(n, k; q_n)$ での取締者の均衡解 π^* として $\pi^*(q', q'')$ を、情報集合 $(n, k, x; q_n)$ における密輸者の均衡解 $\rho_x^*(y)$ ($y \in I_x, x \in I_M$) として $\rho_x^*(y : q', q'')$ を、また最適解 $w(n, k, x; q_n)$ として $w(n, k, x; q_n : q', q'')$ の値を保存する。
 もし、均衡解の存在するすべての $q', q'' \in \Phi^{M+1}$ に対し上記の条件が満足されなければ、情報集合 $(n, k; q_n)$ からの分岐には均衡解がないものとする。
- (S4) $w(n-1, \dots; \Gamma_P(q_n))$ 及び $w(n-1, \dots; \Gamma_N(q_n))$ の代わりに $w(n-1, \dots; q')$ 及び $w(n-1, \dots; q'')$ を用いた問題 (P_P) または (P_S) を解いて、最適解 $\pi^*(q', q'')$ 、 $\rho_x^*(y : q', q'')$ 及び $w(n, k, x; q_n : q', q'')$ を計算する。この $\rho_x^*(y : q', q'')$ と q_n を (11), (10) 式に代入して、 $\Gamma_P(q_n)(x)$ 及び $\Gamma_N(q_n)(x)$ を計算するが、次により離散化する。すなわち、計算結果が $\left[0, \frac{1}{2m}\right)$ 、 $\left[\frac{1}{2m}, \frac{3}{2m}\right)$ 、 \dots 、 $\left[\frac{2k-1}{2m}, \frac{2k+1}{2m}\right)$ 、 \dots 、 $\left[\frac{2m-1}{2m}, 1\right]$ のどの区間に入るかによって $0, \frac{1}{m}, \dots, \frac{k}{m}, \dots, 1$ の値を与え、 $\Gamma_P(q_n), \Gamma_N(q_n) \in \Phi^{M+1}$ とする。
- (S5) $n = n+1$ とする。 $n \leq T$ ならば (S2) に戻り、 $n > T$ ならば終了する。

4 数値例

ここでは、計算アルゴリズム (S4) における取締者の信念 q_n の離散化を $m = 5$ とし、次のパラメータ設定をもつケース 1 とケース 2 の均衡解を考える。

ケース 1 では $\alpha = 4$ とし、量 $y = 1, \dots, 5$ の密輸に対するパトロールの摘発確率 $p_1(y)$ 及び密輸成功確率 $p_2(y)$ は表 1 に示したとおり、摘発確率は少量の禁制品 $y = 1$ に対して高く、 $y = 2$ 以上の多量の密輸では量にほぼ比例する。表中には、1 回限りの密輸者と取締者の対決で生じる期待利得 $\alpha p_1(y) - y p_2(y)$ の値も掲載している。期待利得は非負の値をとり y の値とともに次第に大きくなるから、1 回限りのステージゲームに関しては、パトロールが実施されれば密輸者はあえて密輸を執行することはない。

ケース 2 におけるパラメータ設定は、 $\alpha = 2$ 及び表 2 のとおりである。 $y = 1$ の少量の密輸に対しては摘発は難しいが、 $y = 2$ 以上の密輸には急激に摘発確率が増加する。また、パトロール実施時であっても密輸量 $y = 1$ の密輸が最も多くの利得 $\alpha p_1(y) - y p_2(y)$ を密輸者に与え、1 回限りのゲームに限定して考えれば、

あえて密輸を決行する動機を密輸者に与える設定となっている。

表 1. 摘発確率と一時的期待利得 (ケース 1)

y	0	1	2	3	4	5
$p_1(y)$	0	0.34	0.45	0.56	0.658	0.736
$p_2(y)$	1	0.66	0.55	0.44	0.342	0.264
$\alpha p_1(y) - y p_2(y)$	0	0.699	0.700	0.921	1.264	1.622

表 2. 摘発確率と一時的期待利得 (ケース 2)

y	0	1	2	3	4	5
$p_1(y)$	0	0.1	0.45	0.7	0.8	0.85
$p_2(y)$	1	0.9	0.55	0.3	0.2	0.15
$\alpha p_1(y) - y p_2(y)$	0	-0.7	-0.2	0.5	0.8	0.95

この論文で論じている情報秘匿のあるモデルとは異なり、各ステージが終了するごとに前回の相手の戦略が判明し、現在直面しているステージ数、残りパトロール回数、手持禁制品量の状態 (n, k, x) が両プレイヤーともに把握できる情報秘匿の無いモデルも比較対象とする。

$T = 2, \dots, 4$, $K < T$, $M = 1, \dots, 4$ のすべての組合せ (T, K, M) を初期状態として、情報秘匿の無いモデルとケース 1 のゲームの値を比較したものが表 3-a である。上の数値が秘匿の無いモデル、下の数値がケース 1 の場合であるが、全く同じ値となった。均衡解の初期ステージにおけるパトロール実施確率 $Pr(P)$ を比較したのが、表 3-b である。表 3-a と同じく、上に秘匿の無いモデルを下にケース 1 の値を記載したが、これも両モデルとも同じ結果となっている。密輸決行に消極的なこのケースでは、得られた結果には情報秘匿の有り無しは影響を及ぼさない。

表 3-a. ゲームの値 (情報秘匿の無いモデルとケース 1 の比較)

T	K	M			
		1	2	3	4
2	1	-0.371	-0.851	-1.3	-1.727
		-0.371	-0.851	-1.3	-1.727
3	1	-0.541	-1.194	-1.814	-2.412
		-0.541	-1.194	-1.814	-2.412
	2	-0.179	-0.479	-0.747	-0.988
		-0.179	-0.479	-0.747	-0.988
4	1	-0.639	-1.379	-2.089	-2.78
		-0.639	-1.379	-2.089	-2.78
	2	-0.323	-0.797	-1.229	-1.629
		-0.323	-0.797	-1.229	-1.629
	3	-0.095	-0.301	-0.48	-0.632
		-0.095	-0.301	-0.48	-0.632

表 3-b. パトロール実施確率 (情報秘匿の無いモデルとケース 1 の比較)

T	K	M			
		1	2	3	4
2	1	0.371	0.426	0.433	0.432
		0.371	0.426	0.433	0.432
3	1	0.27	0.299	0.302	0.302
		0.27	0.299	0.302	0.302
	2	0.483	0.563	0.575	0.572
		0.483	0.563	0.575	0.572
4	1	0.213	0.23	0.232	0.232
		0.213	0.23	0.232	0.232
	2	0.398	0.445	0.452	0.45
		0.398	0.445	0.452	0.45
	3	0.532	0.629	0.643	0.64
		0.532	0.629	0.643	0.64

さてゲームの値の傾向として、ステージ数 T に対する単調減少性、パトロール回数 K に対する単調増加性、禁制品量 M に対する単調減少性が確認できる。また表 3-b が示すとおり、パトロール実施確率は T とともに減少し、 K とともに増加することも当然である。さらには $M = 1, 2, 3$ に対しては $Pr(P)$ は単調に

増加する傾向にあるが、 M がさらに大きくなると、パトロールに遭遇することを恐れる密輸者が密輸決行を控えるため、パトロール実施確率の横ばいや減少傾向が生じる。

ケース 2 に対し、情報秘匿の無いモデルとケース 2 のゲームの値を比較したのが表 4-a であり、初期ステージにおけるパトロール実施確率を比較したのが表 4-b である。取締者の情報取得に制限のある場合は、将来のパトロール回数に余力を残そうとするためか、初期ステージでのパトロール実施確率 $Pr(P)$ は情報秘匿の無いモデルに比較して多くの場合低くなる。しかし、積極的な密輸決行の予測されるケース 2 では、密輸決行が消極的であるケース 1 ほどパトロール戦略の変化は単調ではない。例えば、情報秘匿の無いモデルでの初期状態 $(3, 2, M)$ では、 $M = 1, 2, 3, 4$ となるにつれ、 $Pr(P)$ には 0.667, 0.693, 1, 0.417 の変化が見られる。 $M = 1, 2$ に関しては、密輸の決行確率の増大が予想される結果 $Pr(P)$ が大きくなるのに対し、 $M = 3$ の場合は密輸者にとって効率的な密輸 S_1 がほぼ各ステージで繰り返されることが予想されるため $Pr(P) = 1$ となる。同じ理由により、ステージ数 $T = 2, 4$ と手持量 $M = 2, 4$ それぞれの組合せ $(T, M) = (2, 2), (4, 4)$ において、 K の値に関わらず最も高いパトロール実施確率をもつ。すなわち、 $M = 1 \sim 3$ に対しては密輸決行日にパトロール実施を合致させることに取締側の主眼が置かれるのに対し、手持量が $M = 3$ より多くなると、期待利得の面から得となるように S_1 より密輸量の多い日にパトロールを割り当てることに取締側の力点が置かれるため $Pr(P)$ もやや減少し、概して単調でない変化を呈する。

表 4-a. ゲームの値 (情報秘匿の無いモデルと
ケース 2 の比較)

T	K	M			
		1	2	3	4
2	1	-0.85	-1.621	-1.991	-2.307
		-0.85	-1.629	-1.991	-2.307
3	1	-0.9	-1.761	-2.557	-3.086
		-0.9	-1.767	-2.57	-3.09
	2	-0.8	-1.537	-2.166	-2.398
		-0.8	-1.543	-2.166	-2.398
4	1	-0.925	-1.823	-2.685	-3.488
		-0.925	-1.825	-2.7	-3.5
	2	-0.85	-1.652	-2.392	-3.017
		-0.85	-1.655	-2.416	-3.057
	3	-0.775	-1.487	-2.123	-2.649
		-0.775	-1.49	-2.147	-2.697

表 4-b. パトロール実施確率 (情報秘匿の無いモデルと
ケース 2 の比較)

T	K	M			
		1	2	3	4
2	1	0.5	0.714	0.364	0.357
		0.5	0.714	0.364	0.357
3	1	0.333	0.356	0.561	0.233
		0.333	0.333	0.574	0.243
	2	0.667	0.693	1	0.417
		0.667	0.667	1	0.421
4	1	0.25	0.258	0.29	0.44
		0.250	0.25	0.25	0.381
	2	0.5	0.512	0.577	0.9
		0.5	0.5	0.54	0.79
	3	0.75	0.76	0.839	1
		0.750	0.751	0.817	0.889

5 おわりに

この論文では、密輸者が密輸量戦略をとる多段階密輸取締ゲームを取り扱っている。取締者は許容された回数のパトロールが実施可能であり、密輸者を拿捕した場合に利得を得、密輸者は決められた初期量の手持ち禁制品から好きな量の密輸を企図し、成功した密輸量に応じた利益を得るが、ゲームの支払全体はゼロ和である。密輸ゲームに関するほとんどの従来研究では、密輸者の戦略として、許容された回数の密輸をいつ行うかの戦略に重点が置かれていた。密輸者の現実的な行動形態や利益形態を考えると、密輸成功量に応じた利得を仮定する方がごく自然である。本研究は、そのような密輸者戦略を考えて最適密輸量の性質を分析している。また、多段階モデルにおける各ステージで、プレイヤーは相手プレイヤーの行動戦略を観測できるか、研究によっては、相手戦略がまったく観測できないとしての 1 段階ゲームモデルがほとんどの研究で採用されており、プレイヤーの情報取得に对称性を仮定した研究が大半であった。近年、ゲームにおけ

る情報取得の重要性が叫ばれており、情報不完備ゲーム等のモデル手法による解析が盛んになってきているが、本研究は取締ゲームにプレイヤーの情報取得の非対称性を導入した数少ない研究の一つである。

参考文献

- [1] R. Avenhaus and M.J. Canty, Playing for Time: A Sequential Inspection Game, *European J. of Operational Research*, **167** pp.475-492, 2005.
- [2] R. Avenhaus, M.J. Canty, D.M. Kilgour and B. von Stengel, Inspection Games in Arms Control, *European J. of Operational Research*, **90** pp.383-394, 1996.
- [3] R. Avenhaus and D. Kilgour, Efficient Distributions of Arm-Control Inspection Effort, *Naval Research Logistics*, **51** pp.1-27, 2004.
- [4] V. Baston and F. Bostock, A Generalized Inspection Game, *Naval Research Logistics*, **38**, pp.171-182, 1991.
- [5] M. Canty, D. Rothenstein and R. Avenhaus, A Sequential Attribute Sampling Inspection Game for Item Facilities, *Naval Research Logistics*, **48** pp.476-505, 2001.
- [6] M. Dresher, A Sampling Inspection Problem in Arms Control Agreements: A Game-Theoretic Analysis, Memorandum RM-2972-ARPA, The RAND Corporation, Santa Monica, California, 1962.
- [7] T. Ferguson and C. Melolidakis, On the Inspection Game, *Naval Research Logistics*, **45**, pp.327-334, 1998.
- [8] A. Garnaev, A Remark on the Customs and Smuggler Game, *Naval Research Logistics*, **41**, pp.287-293, 1994.
- [9] J.C. Harsanyi, Games with incomplete information played by Bayesian players: Part I, *Management Science*, **8**, pp.159-182, 1967.
- [10] R. Hohzaki, D. Kudoh and T. Komiya, An Inspection Game: Taking Account of Fulfillment Probabilities of Players' Aims, *Naval Research Logistics*, **53**(8), pp.761-771, 2006.
- [11] R. Hohzaki, An Inspection Game with Multiple Inspectees, *European J. of Operational Research*, **178**(3), pp.894-906, 2007.
- [12] 宝崎隆祐, 密輸量決定戦略のある密輸取締ゲーム, 数理解析研究所講究録 1629 「21 世紀の数理解析: 最適化モデルとアルゴリズム」, pp.45-55, 2009.
- [13] M. Maschler, A Price Leadership Method for Solving the Inspection's Non-Constant-Sum Game, *Naval Research Logistics Quarterly*, **13**, pp.11-33, 1966.
- [14] 増田龍一, 宝崎隆祐, 小宮享, 福田恵美子, 事象の生起が密輸量に依存する取締ゲーム, 日本OR学会 2009 年秋季研究発表会アブストラクト集, pp.36-37, 2009.
- [15] M. Sakaguchi, A Sequential Game of Multi-Opportunity Infiltration, *Mathematica Japonica*, **39**, pp.157-166, 1994.
- [16] M. Thomas and Y. Nisgav, An Infiltration Game with Time Dependent Payoff, *Naval Research Logistics Quarterly*, **23**, pp.297-302, 1976.